СВ-ВА СТЕПЕНЕЙ

$a^1=a;\ a^0=1;\ a^{\frac{1}{x}}=\sqrt[x]{a};$

$\sqrt[2x]{a^{2x}}=|a|;\ a^{\frac{x}{n}}=\sqrt[n]{a^x}$

$\sqrt[2x+1]{a^{2x+1}}=a;\ \left(\frac{a}{b}\right)^x=\frac{a^x}{b^x}$

$\sqrt[xn]{a^n}=\sqrt[x]{a};\ a^n\times a^x=a^{(n+x)}$

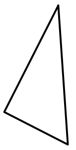
$\sqrt[x]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[xn]{a};\ \frac{a^x}{a^n}=a^{(x-n)}$

$\sqrt[x]{ab}=\sqrt[x]{a}\sqrt[x]{b};\ (ab)^x=a^xb^x$

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}};\ \left(a^x\right)^n=a^{(x\times n)}$

$a^{-x}=\frac{1}{a^x};\ a^{\log_a b}=b$

ОСНОВ. Ф-ЛЫ тригоном.



$\sin\alpha=\frac{c}{a};\cos\alpha=\frac{b}{a};\tan\alpha=\frac{c}{b}$

$\sin\beta=\frac{b}{a};\cos\beta=\frac{c}{a};\tan\beta=\frac{b}{c}$

$1^\circ=\frac{\pi}{180}рад.;\ 1рад.\approx57^\circ;$

$Nрад.=\frac{180^\circ}{\pi}n;\ \frac{\pi}{180^\circ}\alpha^\circ=\alpha$

$\sin(-x)=-\sin x;\ \sin(x+2\pi k)=\sin x$

$\cos(-x)=\cos x;\ \cos(x+2\pi k)=\cos x$

$\tan(-x)=-\tan x;\ \tan(x+2\pi k)=\tan x$

$\cot(-x)=-\cot x;\ \cot(x+2\pi k)=\cot x$

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1;\ \tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha};\ \cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$\sec\alpha=1/\cos\alpha;\operatorname{cosec}\alpha=1/\sin\alpha;\tan\alpha+\cot\alpha=1$

$1+\tan^2\alpha=1/\cos^2\alpha;1+\cos^2\alpha=1/\sin^2\alpha$

ТРИГОНОМЕТРИЯ:

Ф-лы суммы и разности.

$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\tan\alpha\pm\tan\beta=\frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$

Формулы сложения

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$

ф-лы понижения степен.

$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos2\alpha}{2};\cos^2\alpha=\frac{1+\cos2\alpha}{2}$

Ф-лы двойного угла.

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha;\ \tan2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=$
$=2\cos^2\alpha-1$

Формулы произведения.

$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right]$

$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right]$

$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)\right]$

$\tan\alpha\tan\beta=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{\cot\alpha+\cot\beta}$

ФУНКЦИЯ	АРГУМЕНТЫ. 0	30 $\frac{\pi}{6}$	45 $\frac{\pi}{4}$	60 $\frac{\pi}{3}$	90 $\frac{\pi}{2}$	180 π
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$\frac{\sqrt3}{2}$	1	0
cos	1	$\frac{\sqrt3}{2}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
tan	0	$\frac{\sqrt3}{3}$	1	$\sqrt3$	-	0
cot	-	$\sqrt3$	1	$\frac{1}{\sqrt3}$	0	-

cos + − − + cot + − + − sin + + − − tan + − + −

ЛОГАРИФМ $\log_a b=x;\ a^x=b;\ \sqrt[x]{b}=a\ (a,b\rangle0)$

$a^{\log_a b}=b;10^{\lg b}=b;e^{\ln b}=b;\log_a a=1;\ \log_a1=0;\ln e=1;\ln1=0;$

$\lg10^n=n;\lg10^{-n}=-n;\log_c(ab)=\log_c a+\log_c b;\log_a b^c=c\log_a b$

$\log_a b=\frac{1}{\log_b a};\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a};\log_c\left(\frac{a}{b}\right)=\log_c a-\log_c b;\log_a b=\log_{a^k}b^k$

$\log_{a^n}b=\frac{1}{n}\log_a b;\log_{a^n}b^m=\frac{m}{n}\log_a b;-\log_a b=\log_a b^{-1}=\log_a\frac{1}{b}$

$\frac{1}{n}\log_a b=\log_a b^{\frac{1}{n}}=\log_a\sqrt[n]{b};\ \ \lg e\approx0{,}4343;\ \ \ln10\approx2{,}3$

Частн.случ.

$\sin x=0\to x=\pi n$

$\cos x=0\to x=\frac{\pi}{2}+\pi n$

$\sin x=1\to x=\frac{\pi}{2}+2\pi n$

$\cos x=1\to x=2\pi n$

$\sin x=-1,x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n$

$\cos x=-1,x=\pi+2\pi n$

Ф-ции половинного аргумента

$\left|\sin\frac{\alpha}{2}\right|=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}};\quad\left|\cos\frac{\alpha}{2}\right|=\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$

$\left|\tan\frac{\alpha}{2}\right|=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}};\quad\left|\cot\frac{\alpha}{2}\right|=\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$

$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha};\quad\cot\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$

$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha};\quad\cot\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$

ПРАВИЛА ДИФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

$(C)'=0,C-const;(uv)'=u'v+v'u;(cu)'=c(u)'$

$(x)'=1,\ x-\arg;\ (u+v+w)'=u'+v'-w'\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-v'u}{v^2};\left(\frac{c}{u}\right)'=\frac{c(u)'}{u^2};\ \left(\frac{u}{c}\right)'=\frac{1}{c}(u)'$

$если\begin{cases}x=x(t),\\y=y(t).\end{cases}\to y_x=\frac{y_t}{x_t}\Rightarrow$

$y'_x=\frac{1}{x'_y}$

Производная сложной функции $если:\ y=y(u),u=u(x)\to y'_x=y'_u\times u'_x\ если\ u=u(x),\to du=u'dx$

Ф-лы сокр. умнож-я, квадратное ур-ние.

$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x+x_2)$

$где\ x_1,x_2-корни\ уравнения\quad D=b^2-4ac$

$ax^2+bc+c=o;\quad D\rangle0-корня\ 2,x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)\ D=0-корень1,x=-\frac{b}{2a}$

$(a\pm b)^2=a^2\pm2ab+b^2\qquad D\langle0-нет\ корней;$

$(a\pm b)^3=a^3\pm3a^2b+3ab^2\pm b^3$

$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$

$x^2+bx+c=0\to x_{1,2}=\frac{b}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-c};$

$ax^2+c=0\to x_{1,2}=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}};$

$ax^2+bx+c=0\to x_1+x_2=-\frac{b}{a};x_1x_2=\frac{c}{a}$

$x^2+bx+c=0\to x_1+x_2=-b,x_1x_2=c$

ОБРАТНЫЕ ТРИГОН. Ф-ЦИИ

$\arcsin\ a=\alpha\leftrightarrow\sin\alpha=a\leftrightarrow\arctan\ a=\alpha$

$\alpha\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]a\in\left[-1;1\right]\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)a\in Z$

а) $\sin(\arcsin a)=a,\leftrightarrow a\in[-1;1]$

б) $\arcsin(\sin\alpha)=\alpha,\leftrightarrow\alpha\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

в) $\arcsin(-a)=-\arcsin a$

г) $\begin{cases}\sin:\ a\rangle0,\alpha\in1чет.;\ a\langle0,\alpha\in4чет.\\\tan:\ a\ge0,\alpha\in1чет.;\ a\langle0,\alpha\in4чет.\end{cases}$

$\arccos\ b=\beta\leftrightarrow\cos\beta=b\leftrightarrow arc\cot b=\beta$

$b\in[-1;1];\beta\in[0;\pi];\qquad b\in Z;\beta\in(0,\pi)$

а) $\cos(\arccos b)=b,\leftrightarrow b\in[-1;1]$

б) $\arccos(\cos\beta)=\beta,\leftrightarrow\beta\in[0;\pi]$

в) $\arccos(-b)=\pi-\arccos b$

г) $\left.\begin{matrix}arc\cot\\\arccos\end{matrix}\right\}b\ge0,\beta\in1чет.;b\langle0,\beta\in2чет.$

ТАБЛИЦА ИНТЕГРАЛОВ.

1) $\int du=u+c$

2) $\int u^a du=\frac{u^{a+1}}{a+1}+c,(a\ne-1)$

3) $\int\frac{du}{\sqrt{u}}=2\sqrt{u}+c$

4) $\int\frac{du}{u^2}=-\frac{1}{u}+c$

5) $\int\frac{du}{u}=\ln u+c$

6) $\int a^u du=\frac{a^u}{\ln a}+c$

7) $\int e^u du=e^u+c$

8) $\int\cos u\times du=\sin u+c$

9) $\int\sin u\times du=-\cos u+c$

10) $\int\frac{du}{\sin^2u}=-\cot u+c$

11) $\int\frac{du}{\cos^2u}=\tan u+c$

12) $\int\frac{du}{u^2+a^2}=\frac{1}{a}\arctan\frac{u}{a}+c$

13) $\int\frac{du}{u^2+1}=\arctan u+c$

14) $\int\frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}}=\arcsin\frac{u}{a}+c$

15) $\int\frac{du}{\sqrt{1-u^2}}=\arcsin u+c$

16) $\int\frac{du}{u^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{u-a}{u+a}\right|+c$

17) $\int\frac{du}{a^2-u^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+u}{a-u}\right|+c$

18) $\int\frac{du}{\sqrt{u^2\pm a^2}}=\ln\left|u+\sqrt{u^2\pm a^2}\right|+c$

19) $\int\frac{du}{\sin u}=\ln\left|\tan\frac{u}{2}\right|+c$

20) $\int\frac{du}{\cos u}=\ln\left|\tan\left(\frac{u}{2}+\frac{n}{u}\right)\right|+c$

21) $\int\tan u\times du=-\ln|\cos u|+c$

22) $\int\cot u\times du=\ln|\sin u|+c$

ф-лы диферин-ия (производная)

$\left(x^a\right)'=ax^{a-1}$	$\left(u^a\right)'=au^{a-1}u'$
$\left(\sqrt{x}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(\sqrt{u}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{u}}u'$
$\left(\sqrt[n]{x}\right)'=\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$\left(\sqrt[n]{u}\right)'=\frac{1}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}u'$
$\left(a^x\right)'=a^x\ln a$	$\left(a^u\right)'=a^u\ln a\times u'$
$\left(e^x\right)'=e^x$	$\left(e^u\right)'=e^u u'$
$\left(\log_a x\right)'=\frac{1}{x\ln a}$	$\left(\log_a u\right)'=\frac{1}{u\ln a}u'$
$(\ln x)'=\frac{1}{x}$	$(\ln u)'=\frac{1}{u}u'$
$(\sin x)'=\cos x$	$(\sin u)'=\cos u\times u'$
$(\cos x)'=-\sin x$	$(\cos u)'=-\sin u\times u'$
$(\tan x)'=\frac{1}{\cos^2x}$	$(\tan u)'=\frac{1}{\cos^2u}u'$
$(\cot x)'=-\frac{1}{\sin^2x}$	$(\cot u)'=\frac{1}{\sin^2u}u'$
$(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\arcsin u)'=\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$(\arctan x)'=\frac{1}{1+x^2}$	$(\arccos u)'=\frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$(\arccos x)'=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\arctan u)'=\frac{1}{1+u^2}u'$
$(arc\cot x)'=-\frac{1}{1+x^2}$	$(arc\cot u)'=\frac{-1}{1+u^2}u'$

ПЕРВООБРАЗНАЯ

$f(x)=k;F(x)=kx$

$f(x)=x^{r\ne-1};F(x)=\frac{x^{r+1}}{r+1}$

$f(x)=\frac{1}{x};F(x)=\ln|1|$

$f(x)=e^x;F(x)=e^x$

$f(x)=a^x;F(x)=\frac{a^x}{\ln a}$

$f(x)=\frac{1}{\sin^2x};F(x)=-\cot x$

$f(x)=\frac{1}{\cos^2x};F(x)=\tan x$

$f(x)=\cos x;F(x)=\sin x$

$f(x)=\sin x;F(x)=-\cos x$

$f(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};F(x)=\arcsin x$

$f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}};F(x)=arc\cot x$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛА.

$S=\int_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a)$

методы интегрирования:

1) $\int(ax+b)dx=\frac{1}{a}\int f(ax+b)d(ax+b)$

2) $\int(u+v+w)dx=\int udx+\int vdx+\int wdx$

3)правело подстановки:

$если\ x=\varphi(t)\to\int f(x)dx=\int(\varphi(t))\varphi'(t)dt$

4)интегрир-ние по частям: $\int udv=uv-\int vdu$

Класс1 $\left.\begin{matrix}\int P_n(x)\times e^{ax}dx\\\int P_n(x)\times\sin ax\times dx\\\int P_n(x)\times\cos ax\times dx\end{matrix}\right|U=P_n(x)-$ многочлен

Класс2 $\begin{matrix}\int P_n(x)\times\ln x\times dx\Rightarrow U=\ln x\\\int P_n(x)\times\arcsin x\times dx\Rightarrow U=\arcsin x\\\int P_n(x)\times\arctan x\times dx\Rightarrow U=\arctan x\end{matrix}$

Класс3 $\left.\begin{matrix}\int e^{ax}\times\sin\beta x\times dx\\\int e^{ax}\times\cos\beta x\times dx\end{matrix}\right\}\begin{matrix}U=e^{ax}\\U=\sin\beta x\\U=\cos\beta x\end{matrix}$

5)Интегралы вида:

$\int R(\tan x)dx,\ z=\tan x,\ \tan^2x=\sec^2x-1,\cot^2x=\cos ecx^2-1$

6)Метод отщепления: $\int\sin^{2n+1}x\times\cos^m xdx=$

$=\int\sin^{2n}x\times\cos^m x\times\sin x\times dx=-\int\left(1-\cos^2x\right)^n\cos^m d(\cos x)$

7)Универс-яподстановка для $\int R(\sin x,\cos x)dx$:

$\tan\frac{x}{2}=t,\sin x=\frac{2t}{1+t^2},\cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2};\ x=2\arctan t;\ dx=\frac{2dt}{1+t^2}.$

8)Ф-ы понеж порядка: $\sin x+\cos x=1/2\sin2x$

$\sin^2x=\cdots,\cos^2x=\cdots$ 9)Ф.преобр-ия произведен. в сумму. 10)Интегр. иррац-тей. Алгеб. постанов.

$\int R\left(x,\sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)dx,\Rightarrow\frac{ax+b}{cx+d}=t^n$

$\int R\left(x,\sqrt[n]{ax+b}\right)dx,\Rightarrow ax+b=t^n$

11)Тригонометрическая подстановка.

Вид интеграла	Подстановка	Треуг.
$\int R\left(x,\sqrt{a^2+x^2}\right)dx$	$x=a\tan t,\ dx=\frac{adt}{\cos^2t},\ \sqrt{a^2+x^2}=\frac{a}{\cos t}.$	$\tan t=\frac{x}{a}$
$\int R\left(x,\sqrt{a^2-x^2}\right)dx$	$x=a\sin t,\ dx=a\cos tdt,\ \sqrt{a^2-x^2}=a\cos t$	$\sin t=\frac{x}{a}$
$\int R\left(x,\sqrt{x^2-a^2}\right)dx$	$x=\frac{a}{\cos t},\ dx=\frac{a\sin tdt}{\cos^2t},\ \sqrt{x^2-a^2}=a\tan t$	$\cos t=\frac{a}{x}$

$y=0,S=\int_a^b f(x)dx$

$x=0,S=\int_c^d\varphi(x)dx$

$S=\int_a^b(f(x)-\varphi(x))dx$

$S=\int_c^d(f(y)-\varphi(y))dx$

V тела через S попереч. сечения

$V=\int_a^b S(x)dx$

V тела вращен. кривол. трапец.

$V=\pi\times\int_a^b f^2(x)dx$

Длина дуги кривой заданной: .ур-ем: $y=f(x),a\le x\le b$

$S=\int_a^b\sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}dx$

параметрами $x=x(t),\ y=y(t)$

$S=\int_\alpha^\beta\sqrt{\left(x'(t)\right)^2+\left(y'(t)\right)^2}dx$

S кривол.сектора в полярных координ.

$S=\frac{1}{2}\times\int_\alpha^\beta r^2(\varphi)d\varphi$